

# Resumen Capítulo 1: Números

## Conjuntos Numéricos

Los números reales ( $\mathbb{R}$ ) incluyen todos los números representables en la recta numérica, clasificados en:

- **Números Naturales** ( $\mathbb{N}$ ):  $\{1, 2, 3, \dots\}$ , usados para contar.
- **Números Enteros** ( $\mathbb{Z}$ ):  $\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ , incluyen negativos y cero.
- **Números Racionales** ( $\mathbb{Q}$ ): Fracciones  $\frac{a}{b}$ , con  $a, b \in \mathbb{Z}$ ,  $b \neq 0$ . Ejemplo:  $\frac{1}{2}$ , 0.75,  $-2$ .
- **Números Irracionales** ( $\mathbb{I}$ ): Decimales infinitos no periódicos. Ejemplo:  $\sqrt{2}$ ,  $\pi$ .
- **Números Reales** ( $\mathbb{R}$ ): Unión de racionales e irracionales.

**Propiedades:**

- **Conmutatividad:**  $a + b = b + a$ ,  $a \cdot b = b \cdot a$ .
- **Asociatividad:**  $(a + b) + c = a + (b + c)$ ,  $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ .
- **Distributividad:**  $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ .
- **Elemento Neutro:** Aditivo (0):  $a + 0 = a$ ; Multiplicativo (1):  $a \cdot 1 = a$ .
- **Inverso:** Aditivo:  $a + (-a) = 0$ ; Multiplicativo:  $a \cdot \frac{1}{a} = 1$  ( $a \neq 0$ ).
- **Valor Absoluto:**  $|a| = a$  si  $a \geq 0$ ,  $|a| = -a$  si  $a < 0$ . Ejemplo:  $|40| = 40$ ,  $|-220| = 220$ .

## Números Enteros

Incluyen naturales, cero y negativos. Propiedades:

- **Paridad:** Par:  $2n$ ; Impar:  $2n + 1$ . Cero es par.
- **Antecesor y Sucesor:** Antecesor de  $n$  es  $n - 1$ ; sucesor es  $n + 1$ . Ejemplo: El antecesor de 1 es 0, y el sucesor de 1 es 2.
- **Reglas de Divisibilidad:**
  - Por 2: Último dígito par. Ejemplo: 24 es par porque termina en 4 que a su vez es par.
  - Por 3: Suma de sus dígitos es múltiplo de 3. Ejemplo: 123 es divisible por 3, dado que la suma de sus dígitos  $1 + 2 + 3 = 6$ .
  - Por 4: Últimos dos dígitos son 00 o múltiplo de 4. Ejemplo: 100 es divisible por 4, ya que termina en 00 y 116 es divisible por 4 ya que sus dos últimos dígitos son 16 que es múltiplo de 4.
  - Por 5: Último dígito 0 o 5.
  - Por 6: Divisible por 2 y 3.
  - Por 8: Si es Divisible por 2 y 4.
  - Por 9: Si la suma de sus dígitos es 9.
  - Por 10: Último dígito 0.
- **Números Primos:** Solo divisibles por 1 y sí mismos. Ejemplo:  $\{2, 3, 5, 7, \dots, 47\}$ .
- **M.C.M (Mínimo Común Múltiplo):** Menor número que es múltiplo común de dos o más números. Se calcula mediante:
  - **Descomposición en factores primos:** Descompón cada número en sus factores primos, toma los factores comunes y no comunes con el mayor exponente.
  - **Pasos:**
    1. Descompón cada número en factores primos.
    2. Identifica todos los factores primos presentes.

3. Selecciona cada factor con su mayor exponente.
4. Multiplica los factores seleccionados.

– **Ejemplo:** Calcula M.C.M(12, 18).

- \* Descomposición:  $12 = 2^2 \cdot 3$ ,  $18 = 2 \cdot 3^2$ .
- \* Factores primos: 2 y 3.
- \* Mayor exponente:  $2^2$  (de 12),  $3^2$  (de 18).
- \* M.C.M =  $2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$ .

• **M.C.D (Máximo Común Divisor):** Mayor número que divide a dos o más números. Se calcula mediante:

– **Pasos:**

1. Descompón cada número en factores primos.
2. Escogemos los factores comunes con su menor exponente.

– **Ejemplo:** Calcula M.C.D(48, 30).

- \*  $48 = 2^4 \cdot 3$ ,  $30 = 3 \cdot 5 \cdot 2$ .
- \* Factores primos comunes: 2 y 3.
- \* Menor exponente: 2 (de 30) y 3 (de 30).
- \* M.C.D = 6.

**Operaciones:**

• **Adición:**

- Mismo signo: suma valores absolutos, conserva signo.
- Distinto signo: resta valores absolutos, toma signo del mayor.

• **Multiplicación/División:**

- Multiplica/divide valores absolutos; signo:  $(+)(+) = +$ ,  $(+)(-) = -$ ,  $(-)(+) = -$ ,  $(-)(-) = +$ .

## Números Racionales

Fraciones  $\frac{a}{b}$ ,  $b \neq 0$ . Clasificación:

- **Fracción Propia:**  $|a| < |b|$ . Ejemplo:  $\frac{2}{3}$ .
- **Fracción Impropia:**  $|a| \geq |b|$ . Ejemplo:  $\frac{5}{2}$ .
- **Decimales:** Finitos (0,025), infinitos periódicos (0, $\bar{5}$ ), semi-periódicos (3,01 $\bar{2}$ ).

**Relaciones:**

- **Igualdad:**  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  si  $a \cdot d = c \cdot b$ .
- **Orden:**  $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$  si  $a \cdot d > c \cdot b$ .

**Operaciones:**

- **Adición/Sustracción:**  $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d \pm b \cdot c}{b \cdot d}$ .
- **Multiplicación:**  $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$ .
- **División:**  $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$ .

• **Decimales:** Multiplicación: ignora comas, suma decimales al final. División: multiplica por potencia de 10 para eliminar decimales. Ejemplo:  $0,05 \div 0,025$ , si multiplicamos ambos decimales por 100,  $50 \div 25 = 2$ .

**Transformación Decimal a Fracción:**

- **Finito:** Numerador: número sin coma; denominador: 1 seguido de ceros según decimales. Ejemplo:  $0.025 = \frac{25}{1000}$ .
- **Periódico:** Numerador: número completo menos anteperíodo; denominador: nueves según período. Ejemplo:  $0.\bar{5} = \frac{5}{9}$ .
- **Semi-periódico:** Denominador: nueves por período, ceros por anteperíodo. Ejemplo:  $3.01\bar{2} = \frac{3012-301}{900}$ .

#### Aproximaciones:

- **Redondeo:** Si siguiente dígito  $\geq 5$ , aumenta; si  $< 5$ , no cambia. Ejemplo: 1,2345 a milésima  $\rightarrow 1,235$ .
- **Truncamiento:** Corta en posición indicada. Ejemplo: 1,2345 a centésima  $\rightarrow 1,23$ .

**Ejemplo:** Convierte  $1.\overline{234}$  a fracción:

- Numerador:  $1234 - 1 = 1233$ ; denominador: 999.
- $\frac{1233}{999} = \frac{411}{333}$ .

## Porcentaje

Expresa una razón como fracción de 100.  $\frac{a}{b} = \frac{c}{100} \Rightarrow a = \frac{c}{100} \cdot b$ .

**Ejemplo:** Calcula 35% de 200:

- $\frac{35}{100} \cdot 200 = 70$ .

**Ejemplo PAES:** ¿Qué porcentaje es 3 de 5?

- $3 = \frac{x}{100} \cdot 5 \Rightarrow x = 60$ . Respuesta: 60%.

## Potencias

$a^n = a \cdot a \cdot \dots \cdot a$  ( $n$  veces).

**Propiedades:**

- $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
- $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
- $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
- $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
- $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- $a^0 = 1$ ,  $0^n = 0$ ,  $1^n = 1$ ,  $0^0$  no definido.

**Ejemplo:**  $(4^5 \cdot 3^5)^2$ :

- $(4 \cdot 3)^5)^2 = (12^5)^2 = 12^{10}$ .

## Raíces

Inversa de potencias.  $\sqrt[n]{a} = b \Rightarrow b^n = a$ . Propiedades:

- $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
- $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
- $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$

**Ejemplo:** Calcula  $\sqrt{27} \cdot \sqrt{\frac{18}{25}}$ :

- $\sqrt{27} = \sqrt{9 \cdot 3} = 3\sqrt{3}$ ,
- $\sqrt{\frac{18}{25}} = \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{25}} = \frac{\sqrt{9 \cdot 2}}{5} = \frac{3\sqrt{2}}{5}$ .
- $3\sqrt{3} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{5} = \frac{9\sqrt{6}}{5}$ .

**Ejemplo PAES:** Si  $\sqrt{x} = 12$ , calcula  $x$ :

- $\sqrt{x} = 12 \Rightarrow x = 12^2 = 144$ .